

## Граф в решении задач по упорядочиванию множеств

С.С. Пичугин

Статья посвящена проблеме практической реализации Федеральных государственных образовательных стандартов второго поколения в начальной школе. На основании анализа опыта работы автор рассматривает приёмы использования метода графов в решении задач по упорядочиванию множеств в начальном курсе математики. Приведены примеры задач.

*Ключевые слова:* образовательный стандарт второго поколения, универсальные учебные действия, компетентностный подход, деятельностный подход, задача, учебная модель, упорядочивание множеств, взаимнооднозначное соответствие, отрезок, граф, таблица.

Российская школа переживает серьёзные преобразования. На смену парадигме ЗУНов приходит Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования (ФГОС) второго поколения, в основе которого лежит формирование компетентностного подхода, развитие универсальных учебных действий.

В результате начального общего образования у обучающихся должны быть сформированы желание и умение учиться; готовность к образованию в основном звене школы и самообразованию; инициативность, самостоятельность, навыки сотрудничества в разных видах деятельности; математическая грамотность и грамотность в области чтения как основа всего последующего обучения. Достижение этих результатов сможет обеспечить, по мнению разработчиков ФГОС, возможность продолжения образования на следующих ступенях системы непрерывного образования.

Огромное внимание в планируемых результатах образования в начальной школе будет уделено учебным моделям: так, в математике предполагается научить детей активно работать с предметными моделями чисел, арифметических действий, геометрических тел и фигур. Сегодня дети пока ещё неуверенно работают

с моделями: не всегда могут самостоятельно перевести текстовый материал задания на язык моделей, работать с ними и приходиться к верному ответу.

Методологические вопросы моделирования в учебной деятельности рассматривали в своих работах П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Л.В. Занков, Н.И. Непомнящая и др., а учёные-методисты Э.И. Александрова, И.И. Аргинская, Н.Б. Истомина, С.А. Козлова, М.И. Моро и др. на практике доказали, что именно математическое моделирование становится не только надёжным помощником при решении текстовой задачи в начальном курсе математики, но и важным общеучебным умением. Модель позволяет увидеть задачу в целом, наметить алгоритм решения и прийти к верному результату. И если учителю удаётся методически грамотно, эволюционно провести младшего школьника по пути от конкретного к абстрактному, от частного к общему, от предмета к модели, то в основной школе учащийся чувствует себя на уроках математики гораздо увереннее.

Опыт работы начальной школы МОУ «Гимназия № 121» г. Уфы убедительно доказывает, что неоценимую помощь учителю в данном вопросе оказывают задачи на упорядочивание множеств и установление взаимнооднозначного соответствия между множествами. Как правило, такие задачи моделируются при помощи отрезка, графа или таблицы. Это позволяет младшему школьнику не только увидеть данные, но и, что более ценно, самостоятельно установить взаимосвязи и взаимозависимости между ними.

В качестве примера приведём несколько текстовых задач [2] и их решение с помощью моделей.

**Задача 1.** Нина живёт к школе ближе, чем Вера, а Вера – ближе, чем Зоя. Кто живёт ближе к школе – Нина или Зоя?

*Решение.* Расставим первые буквы имён девочек согласно условию задачи. Можно также изобразить дорогу каждой девочки отрезками, расположенными друг под другом:

Н \_\_\_\_\_  
В \_\_\_\_\_  
З \_\_\_\_\_

*Ответ:* Нина живёт к школе ближе Зои.

**Задача 2.** Ручка дороже тетради, а карандаш дешевле тетради. Что дороже – карандаш или ручка?

*Решение.* Нарисуем три отрезка таким образом, чтобы отрезку, который длиннее, соответствовал и более дорогой предмет:

Ручка \_\_\_\_\_

Тетрадь \_\_\_\_\_

Карандаш \_\_\_\_\_

*Ответ:* тетрадь дороже карандаша.

**Задача 3.** Груша тяжелее яблока, а яблоко тяжелее персика. Что тяжелее – груша или персик?

*Решение.* Для наглядности расставим первые буквы названий фруктов таким образом, чтобы те фрукты, которые тяжелее, располагались ниже:

П

Я

Г

*Ответ:* тяжелее груша.

**Задача 4.** Ребята стали спрашивать друг друга, сколько кому лет. Оказалось, что Миша младше Вани, но старше Пети, Ваня младше Бори, а Денис младше Пети. Кто из ребят старше всех? Кто младше?

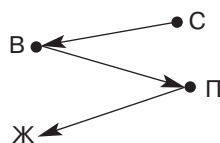
*Решение.* Выпишем первые буквы имён мальчиков так, чтобы имена ребят, которые младше, располагались левее. В итоге получаем такой граф:



*Ответ:* старше всех Боря, а самый младший – Денис.

**Задача 5.** Ваня, Петя, Серёжа и Женя живут в одном подъезде четырёхэтажного дома. Ваня живет выше Пети, но ниже Серёжи, а Женя живёт ниже Пети. На каком этаже живёт каждый мальчик?

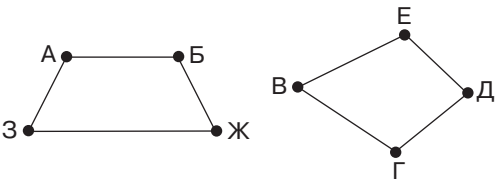
*Решение.* Построим граф отношения «жить ниже»:



*Ответ:* на первом этаже живет Женя, на втором – Петя, на третьем – Ваня и на четвёртом – Серёжа.

**Задача 6.** В стране Алфавит 8 городов: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З и 8 непересекающихся дорог между городами А и Б, Е и Д, Б и Ж, З и А, В и Г, Г и Д, Ж и З, В и Е. Можно ли по этим дорогам проехать из А в Г?

*Решение.* Построим по условию задачи граф, но все его вершины сразу отмечать не будем. Начнём с построения рёбер графа, учитывая, что они не пересекаются. Построим отрезки АБ и ЕД, присоединим к отрезку АБ отрезки БЖ и ЗА. Построим отрезок ВГ, не пересекающий ни один из построенных отрезков, и соединим точки Г и Д, Ж и З, В и Е:

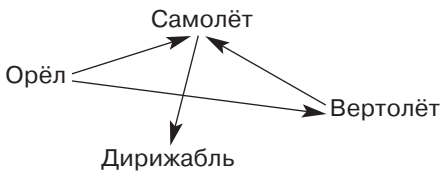


По графу видно, что точки А и Г не соединены друг с другом.

*Ответ:* по указанным дорогам из города А в город Г проехать нельзя.

**Задача 7.** Мы наблюдаем за вертолётом, орлом, дирижаблем и самолётом. Орёл находится выше вертолёта, вертолёт – ниже самолёта, но выше дирижабля, а орёл – ниже самолёта. В каком порядке расположились по высоте вертолёт, дирижабль, орёл и самолёт?

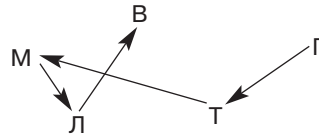
*Решение.* Построим граф отношения «находиться выше»:



*Ответ:* выше всех летит самолёт, ниже него орёл, ниже орла вертолёт, ниже всех летит дирижабль.

**Задача 8.** Из лагеря вышли пять туристов. Мы назовём их не в том порядке, в каком они идут один за другим: Вася, Галя, Толя, Лена и Миша. Толя идёт впереди Миши, Лена – впереди Васи, но позади Миши, Галя – впереди Толи. Кто идёт первым и кто последним? Кто идёт вслед за Мишей и кто идёт перед Мишей?

*Решение.* Построим граф отношения «идти впереди», т.е. будем вести стрелку от того, кто идёт впереди, к тому, кто идёт позади.



*Ответ:* туристы идут в таком порядке: Галя, Толя, Миша, Лена и Вася.

**Задача 9.** В детском лагере отдыха в одной комнате живут четыре девочки: Маша, Валя, Таня и Галя. Две из них ровесницы. Известно, что Таня старше Маши, которая моложе Гали. Таня моложе Вали, которая старше Гали. Кто ровесницы?

*Решение.* Построим граф отношения «быть старше»:

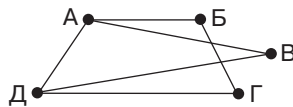


По графу видно, что старше всех Валя, а Маша – младшая из девочек. Ровесницами могут быть только Галя и Таня.

*Ответ:* Галя и Таня – ровесницы.

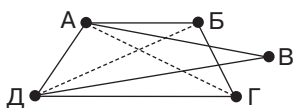
**Задача 10.** В первенстве класса по шахкам 5 участников: Аня, Боря, Влад, Гриша, Даша. Первенство проводится по круговой системе – каждый из участников играет с каждым из остальных один раз. К настоящему времени некоторые игры уже проведены: Аня сыграла с Борей, Владом и Дашей; Боря – с Аней и Гришей; Влад – с Аней и Дашей; Гриша – с Борей; Даша – с Аней и Гришей. Сколько игр проведено к настоящему времени и сколько ещё осталось?

*Решение.* Участников соревнования изобразим точками, которые назовём первыми буквами имён детей. Если двое участников уже сыграли между собой, соединим изображающие их точки отрезками. Получим следующий граф:



Число игр, проведённых к настоящему моменту, равно числу рёбер,

т.е. 6. Чтобы узнать число игр, которые осталось провести, соединим рёбрами другого цвета (или пунктиром) тех участников, которые ещё не играли друг с другом:



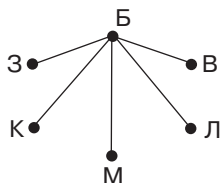
Таких рёбер получилось 4, значит, осталось провести 4 игры: Борис – Влад, Борис – Даша, Влад – Гриша, Гриша – Аня.

*Ответ:* к настоящему времени проведено 6 игр и ещё осталось провести 4 игры.

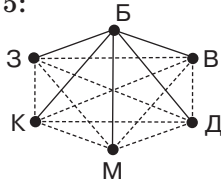
**Задача 11.** На лесной опушке встретились заяц, белка, лиса, волк, медведь и куница. Каждый, здороваясь, пожал каждому лапу. Сколько всего пожатий было сделано?

*Решение.* Изобразим лесных жителей точками, каждую из которых обозначим первой буквой названия животного.

Пожатия лап будем изображать линиями, соединяющими каждые две точки. Сначала изобразим все пожатия лап одного животного, например белки:



Затем переходим к другому животному. Проведённые линии помогают увидеть, с кем он уже поздоровался, а с кем – нет. Так действуют до тех пор, пока все не поздороваются друг с другом. По получившемуся графу подсчитываем число линий, их всего 15:

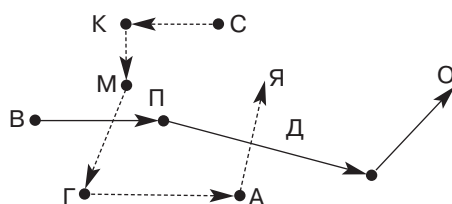


*Ответ:* всего было сделано 15 пожатий лап.

**Задача 12.** Вике на день рождения подарили книгу Дж. Родари «При-

ключения Чипполино», а Симе – «Приключения Буратино». Прочитав эти книги, девочки дали их своим друзьям. Вика дала книгу Поле, Катя взяла у Симы, Оля читала книгу «Приключения Чипполино» после Димы, а Дима брал её у Поли. Миша читал книгу после Кати и, прочитав, отдал её Гале. После Гали книгу читала Аня и отдала её Яне. Сколько человек прочитали книгу «Приключения Чипполино» и сколько – «Приключения Буратино»?

*Решение.* Рассмотрим отношение «прочитать книгу раньше». Поскольку по условию задачи дети читали две книги, то мы получим сразу два графа:



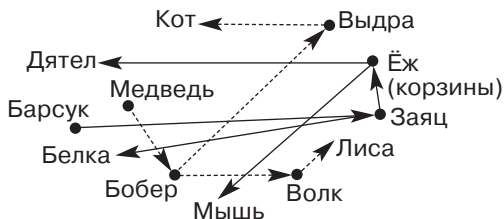
Все условия задачи представим графически, после чего один из графов для наглядности выделим пунктиром («Приключения Буратино»).

*Ответ:* книгу «Приключения Буратино» прочитали ещё 5 человек, а «Приключения Чипполино» прочитали ещё 3 человека.

**Задача 13.** В нашем лесу каждый занят своим делом: одни плетут корзины, другие ловят рыбу. Ремеслу мы научились друг у друга. Кот учился у Выдры, Ёж – у Зайца, Лиса – у Волка, а Мышь – у Ежа. Бобёр учил Волка и Выдру, Заяц – Белку, а Барсук – Зайца. Бобёр был учеником Медведя, а Ёж – учителем Дятла. Лучшее плетёт корзины Ёж. Чем занимались Заяц, Дятел, Волк и Лиса? Кто из зверей нашего леса раньше всех научился ловить рыбу, а кто – плести корзины?

*Решение.* Рассмотрим отношение «быть учителем», т.е. будем ставить стрелку от учителя к ученику. На рисунке получилось сразу два графа: вершинами одного являются точки, обозначающие зверей, которые ловят рыбу, а другого – точки, обозначающие зверей, которые плетут корзины. Поскольку по условию задачи Ёж плетёт корзины, то вместе с ним

это делают Дятел, Барсук, Белка, Мышь и Заяц. Первым научился плести корзины Барсук, так как к нему не приходит ни одна стрелка. Все остальные звери (Кот, Выдра, Медведь, Бобёр, Волк) ловят рыбу. Первым научился ловить рыбу Медведь.



*Ответ:* Заяц и Дятел плетут корзины, Волк и Лиса ловят рыбу. Раньше всех научился ловить рыбу Медведь, а плести корзины раньше всех научился Барсук.

### Литература

1. Асмолов, А.Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе : от действия к мысли : пос. для учителя / А.Г. Асмолов [и др.]. – М. : Просвещение, 2008.
2. Керова, Г.В. Нестандартные задачи по математике : 1–4 классы / Г.В. Керова. – М., 2008.
3. Концепция Федеральных государственных образовательных стандартов общего образования: проект / РАО ; под ред. А.М. Кондакова, А.А. Кузнецова. – М. : Просвещение, 2008.
4. Планируемые результаты начального общего образования / Под ред. Г.С. Ковалёвой, О.Б. Логиновой. – М. : Просвещение, 2009.
5. Примерные программы начального общего образования : В 2-х ч. – М. : Просвещение, 2010.

Сергей Сергеевич Пичугин – канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрой теории и методики начального образования Института развития образования Республики Башкортостан, г. Уфа, Республика Башкортостан.